

# 高二數 B 寒假作業



班級: \_\_\_\_\_

座號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

## 第一部分

1. (1) 試將  $120^\circ$  化為弧。

(2) 試將  $\frac{3\pi}{4}$  弧化為度。

2. 已知一扇形半徑為 12 公分，圓心角為  $45^\circ$ ，如圖 6，試求此扇形的弧長  $s$  及面積。

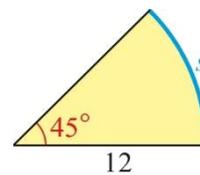


圖 6

3. 已知扇形半徑 10 公分，周長 30 公分，求扇形的：

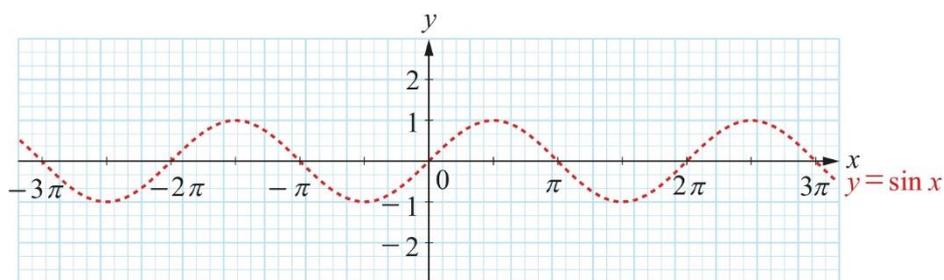
(1) 圓心角。 (2) 面積。

4. 觀察一個時鐘，回答下列問題：

(1) 10 點 20 分時，時針與分針所夾的較小角為多少？

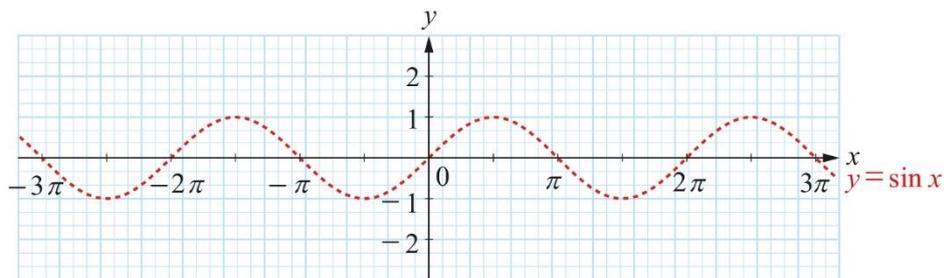
(2) 假設分針長度為 12 公分，求分針的針尖從 8 點 15 分到 8 點 50 分，在鐘面上掃過的路徑長。

5. 試在  $y = \sin x$  的圖形上標出點  $\left(\frac{4\pi}{3}, \sin \frac{4\pi}{3}\right)$ ,  $\left(-\frac{\pi}{3}, \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ 。

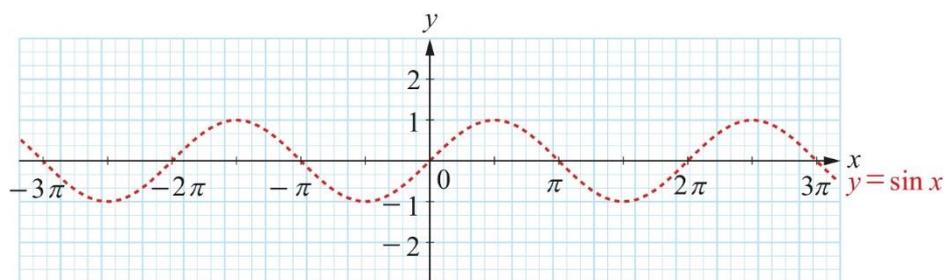


6. 試利用  $y = \sin x$  的圖形畫出以下圖形。

(1)  $y = \sin x - 2$ 。

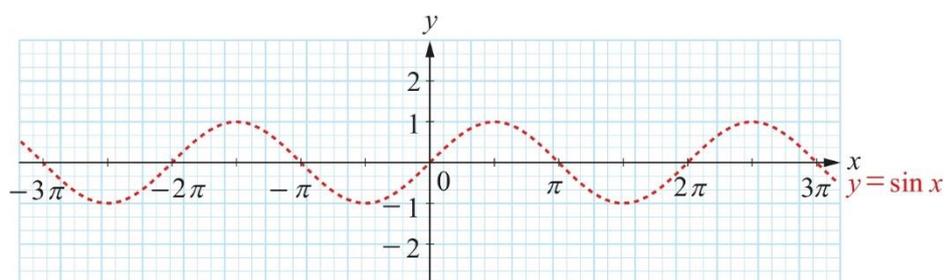


(2)  $y = \sin 3x$ 。

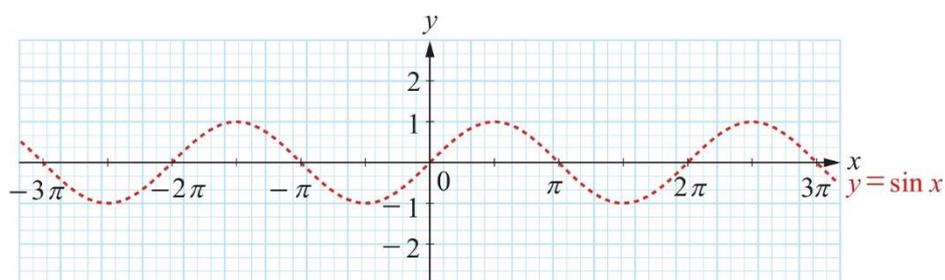


7. 試利用  $y = \sin x$  的圖形畫出以下圖形。

(1)  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 。



(2)  $y = \sin \frac{x}{3}$ 。



8. 試求下列函數的週期。

(1)  $y = \sin \frac{x}{3}$ 。 (2)  $y = \sin 3x$ 。 (3)  $y = 3 \sin \frac{x}{3}$ 。

9. 在音樂理論上，規定 A4（音樂課唱的 la）的音高稱為標準音高。

已知這個音的聲波函數是  $f(x) = \sin(880\pi x)$ ， $x$  的單位為秒。試求：

- (1) 此函數的週期為何？ (2) 此函數的頻率為何？

10. 標準位置角  $314^\circ$  位於何處？

- (A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限  
(D)第四象限 (E) $x$  軸上

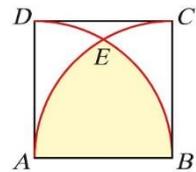
11. 假設函數  $f(x) = 2 \sin 3x$ ，請選出正確的選項。

- (A)  $f(x)$  的值域為  $[-3, 3]$  (B)  $f(x)$  的振幅為 2 (C)  $f(x)$  的週期為  $2\pi$   
(D)  $f(1+2\pi) = f(1)$  (E)  $y=f(x)$  的圖形可以由  $y=\sin x$  的圖形伸縮而得

12. 方程式  $-9 \sin x = x$  有\_\_\_\_\_個實數解。

13. 若  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，解方程式  $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  得  $x =$ \_\_\_\_\_

14. 給定一個正方形  $ABCD$ ，其邊長為 2 單位。以  $A$ 、 $B$  為圓心分別作四分之一圓，如右圖，試求塗色區域的面積 = \_\_\_\_\_。



解答: 1. (1)  $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$  徑。 (2)  $\frac{3\pi}{4}$  徑  $= 135^\circ$  2. 弧長為  $3\pi$ ，扇形面積為  $18\pi$

3. (1)  $\theta = 1$  (2)  $A = 50$  4. (1)  $\frac{17\pi}{18}$  (2)  $14\pi$  5. 略 6. 略 7. 略

8. (1)  $6\pi$  (2)  $\frac{2}{3}\pi$  (3)  $6\pi$  9. (1)  $\frac{2\pi}{880\pi} = \frac{1}{440}$  (2) 頻率為 440 赫茲

10. (D) 11. (B)(D)(E) 12. 7 13.  $-\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$  14.  $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$

## 第二部分

1. 已知某放射性物質的原始質量為 96 公克，且該放射性物質的質量在  $x$  年

後可以表示為  $f(x) = 96 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 。試問 4 年後，該物質的質量剩下多少公克？

2. 已知水生植物  $A$  每經過 3 個月，覆蓋水面的面積會增加為原來的 2 倍；  
水生植物  $B$  每經過 2 個月，覆蓋水面的面積會增加為原來的 1.5 倍。

試回答下列問題：

- (1) 在甲池塘投入  $A$  植物 200 平方公尺，12 個月以後面積是多少平方公尺？
- (2) 在乙池塘投入  $B$  植物 300 平方公尺，12 個月以後面積是多少平方公尺？

3. 利用指數函數  $y = 2.5^x$  的圖形，比較  $2.5^{-1.1}$ ， $2.5^{-0.2}$  兩數的大小關係。

4. 利用指數函數  $y = 0.3^x$  的圖形，比較  $0.3^{2.5}$ ， $0.3^{3.7}$  兩數的大小關係。

5. 試求下列各值：

(1)  $\log 10000$ 。 (2)  $\log \frac{1}{10000}$ 。 (3)  $\log 0.00001$ 。

(4)  $\log \sqrt[3]{10000}$ 。 (5)  $\log 10^{0.9425}$ 。

6. (1) 已知  $\log 5 \approx 0.69897$ ，試求  $\log 5000$ 。  
(2) 已知  $\log 1.32 \approx 0.12057$ ，試求  $\log 0.000132$ 。

7. 試利用常用對數的性質求下列各式的值：  
(1)  $\log 250 + \log 4$ 。 (2)  $\log 175 - \log 14 + \log 8$ 。

8. (1) 利用換底公式，以  $\log 3$  表示  $\log_3 3000$ 。  
(2) 利用換底公式，以  $\log 2, \log 3$  表示  $\log_2 72$ 。

9. 日常生活裡，常用分貝數的大小來表示聲音的強弱。將測得的聲音強度  $I$ ，代入關係式  $D = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$  (dB)，可得到此聲音強度  $I$  的分貝數。其中，聲音強度的單位是「瓦特／平方公尺」( $\text{W}/\text{m}^2$ )， $I_0$  則是一個定值。  
試回答下列問題：

- (1) 若兩人交談音量為 60 分貝，室外噪音是 80 分貝，則室外噪音的聲音強度是兩人交談聲音強度的多少倍？  
(2) 若球場上啦啦隊 1 支汽笛獨鳴的噪音達 75 分貝，且 100 支汽笛合鳴的聲音強度為 1 支汽笛獨鳴的 100 倍，試問 100 支汽笛合鳴的噪音為多少分貝？

10. 利用對數函數  $y = \log_2 x$  的圖形，比較  $\log_2 1.5$ ， $\log_2 3.7$  兩數的大小關係。

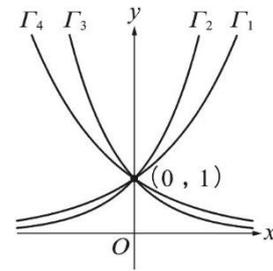
11. 利用對數函數  $y = -\log x$  的圖形，比較  $-\log 3.2$ ， $-\log 1.5$  兩數的大小關係。

12. 當溶液的氫離子濃度為  $r$  莫耳／升時，此溶液的 pH 值為  $-\log r$ 。則：

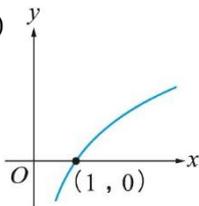
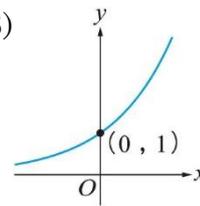
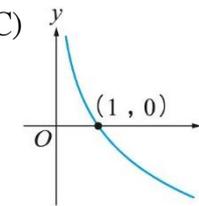
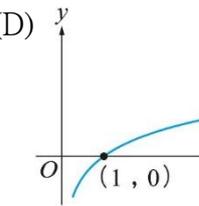
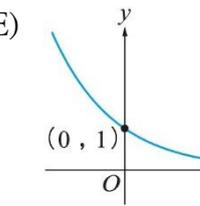
- (1) 某中性液體的氫離子濃度是  $10^{-7}$  莫耳／升，試求其 pH 值？
- (2) 有一杯檸檬汁的 pH 值為 4，試求此檸檬汁的氫離子濃度為多少莫耳／升？

13. 右圖中四個曲線  $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$ 、 $\Gamma_3$ 、 $\Gamma_4$  依序為函數  $y = a^x$ 、 $y = b^x$ 、 $y = c^x$ 、 $y = d^x$  的圖形，則在  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  中，哪一個數最大？

- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E) 無法判斷



14. 已知  $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，試問下列哪些圖形可以是函數  $y = a^x$  圖形的一部分？

- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

15. 當對數  $\log_a x$  的底數、真數不滿足特定條件時，我們稱此對數無意義，則下列哪些選項中的對數無意義？

- (A)  $\log_7(-12)$  (B)  $\log_{(-3)} 5$  (C)  $\log_2 \sqrt{5}$  (D)  $\log_{\sqrt{3}-1} 2$  (E)  $\log_1 6$

16. 試求下列各式的值：

(1)  $\log 80 + \log 75 - \log 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log \frac{7}{36} + 2 \log 3 - \log \frac{7}{25} + 4 \log 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. (1)  $\frac{\log_9 8}{\log_3 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2)  $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_9 6} + \frac{1}{\log_{12} 6} = \underline{3}$ 。

解答: 1. 6 公克。 2. (1) 3200 (2)  $300 \times 1.5^6$  3.  $2.5^{-1.1} < 2.5^{-0.2}$

4.  $0.3^{2.5} > 0.3^{3.7}$  5. (1) 4 (2) -4 (3) -5 (4)  $\frac{4}{3}$  (5) 0.9425

6. (1)  $3 + \log 5 \approx 3.69897$  (2)  $-4 + \log 1.32 \approx -4 + 0.12057 = -3.87943$

7. (1) 3 (2) 2 8. (1)  $= \frac{3 + \log 3}{\log 3} = 1 + \frac{3}{\log 3}$  (2)  $= \frac{3 \log 2 + 2 \log 3}{\log 2} = 3 + \frac{2 \log 3}{\log 2}$

9. (1) 100 (倍) (2) 95 (分貝) 10.  $\log_2 1.5 < \log_2 3.7$

11.  $-\log 3.2 < -\log 1.5$  12. (1) 7 (2)  $10^{-4}$  莫耳/升 13. (B)

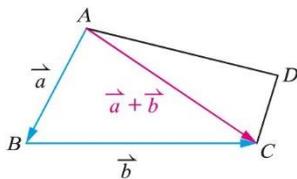
14. (B)(E) 15. (A)(B)(E) 16. (1) 3 (2) 2 17. (1)  $\frac{3}{2}$  (2) 3

### 第三部分

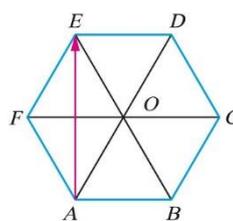
1. (1) 如圖所示， $\vec{a} = \overline{AB}$ ， $\vec{b} = \overline{BC}$ ，試在圖上標示出  $\vec{a} + \vec{b}$ 。

**解**

(1)

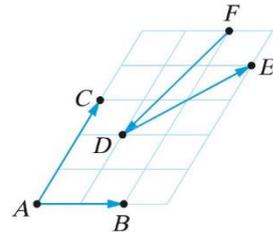


(2)



2. 如右圖，在 15 個相同平行四邊形拼成的圖形中，  
試問：

- (1) 若  $\overline{DE} = a\overline{AB} + b\overline{AC}$ ，試求  $a, b$  的值。  
 (2) 若  $\overline{FD} = r\overline{AB} + s\overline{AC}$ ，試求  $r, s$  的值。



3. 給定坐標平面上三點  $A(3, 5), B(6, 2), C(8, 3)$ ，則：

- (1) 試求向量  $\overline{AB}$  的坐標表示。(2) 試求向量  $\overline{BC}$  的坐標表示。  
 (3) 若四邊形  $ABCD$  為平行四邊形，試求  $D$  點坐標。

4. 已知坐標平面上向量  $\vec{a} = (2, 5), \vec{b} = (x, -10)$ ，則：

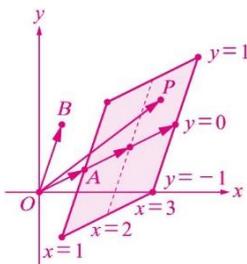
- (1) 試求向量  $\vec{c}$ ，使得  $\vec{c} \parallel \vec{a}$ ， $\vec{c}$  與  $\vec{a}$  同方向且長度為  $\vec{a}$  的 3 倍。  
 (2) 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，試求  $x$  值。

5. 已知坐標平面上向量  $\overline{OP} = (7, -5)$ ，

- (1) 設  $\overline{OA} = (1, 0), \overline{OB} = (0, 1)$ ，試將  $\overline{OP}$  寫為  $\overline{OA}$  與  $\overline{OB}$  的線性組合。  
 (2) 若  $\vec{a} = (2, -1), \vec{b} = (-1, 2)$ ，試將  $\overline{OP}$  寫為  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的線性組合。

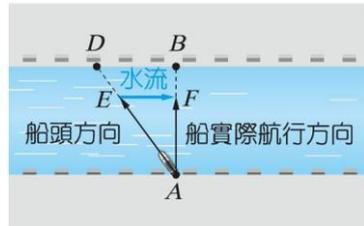
6. 設平面坐標上原點  $O(0, 0)$ ，向量  $\overline{OA} = (2, 1), \overline{OB} = (1, 3)$ ， $P$  為平面上移動的點，且  $\overline{OP} = x\overline{OA} + y\overline{OB}$ ，其中  $1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 1$ ， $x, y$  為實數。試在平面上標示所有  $P$  點所形成的區域。

**解**



7. 設點  $A(0, 4)$ 、 $B(10, 9)$  為平面上相異兩點， $P$  為線段  $AB$  上一點且滿足  $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，試求  $P$  點坐標。

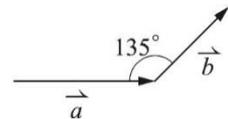
8. 如右圖，在寬 420 公尺，水流速度每秒 3 公尺的筆直河道中，從河岸  $A$  處將船朝對岸  $D$  處方向可開到正對岸  $B$  處，若船速每秒 6 公尺，試問：



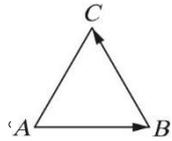
- (1) 船實際速度為每秒多少公尺？
- (2) 船開到正對岸  $B$  處需要多少秒？

9. (1) 設  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  兩向量的夾角為  $60^\circ$ ，且  $|\overline{AB}| = 20$ ， $|\overline{AC}| = 12$ ，試求  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  之值。

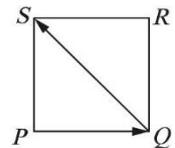
- (2) 如右圖，已知  $|\vec{a}| = 8$ ， $|\vec{b}| = 20$ ，試求  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  之值。



10. (1) 如圖(一)，正三角形  $ABC$  邊長為 12，試求  $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$  之值。



- (2) 如圖(二)，正方形  $PQRS$  邊長為 16，試求  $\overline{PQ} \cdot \overline{QS}$  之值。



11. (1) 已知向量  $\vec{a} = (5, 3)$ ， $\vec{b} = (3, -5)$ ，試判斷  $a, b$  是否垂直。

- (2) 已知  $A$  點坐標  $(6, 5)$ ， $B$  點坐標  $(2, 4)$ ， $C$  點在  $x$  軸上，且  $\overline{BA}$  垂直  $\overline{BC}$ ，試求  $C$  點坐標。

12. 已知  $|\vec{a}|=6$ ， $|\vec{b}|=4$ ， $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  的夾角為  $60^\circ$ ，試求  $|2\vec{a}+3\vec{b}|$ 。

13. 平面上三點  $O(0,0)$ ， $A(2,9)$ ， $B(5,10)$ ，  
試求  $\overline{OA}$  在  $\overline{OB}$  上的正射影。

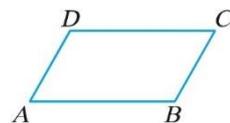
14. 已知平面上有兩向量  $\overline{AB}=(1,5)$ ， $\overline{AC}=(6,4)$ ，試將  $\overline{AB}$  分解為與  $\overline{AC}$  平行的向量  $\vec{a}$  及與  $\overline{AC}$  垂直的向量  $\vec{b}$ 。

15. (1) 坐標平面上一直線方程式  $3x-2y+1=0$ ，試寫出此直線的一個法向量。  
(2) 直線  $L$  的法向量為  $(3,1)$ ，且過點  $(2,-3)$ ，試求直線  $L$  的方程式。

16. 平面上有  $A(2,5)$ ， $B(3,2)$ ， $C(x,1)$ ， $D(5,3)$  四點，若向量  $\overline{AC}$  與向量  $\overline{BD}$  垂直，則  $x$  值為下列哪一個選項？  
(A)0 (B)2 (C)4 (D)6 (E)8

17. 已知直線  $L:6x-4y+7=0$ ，則下列哪些向量可為直線  $L$  的法向量？  
(A)  $(6,-4)$  (B)  $(3,-2)$  (C)  $(-4,7)$  (D)  $(4,-7)$  (E)  $(6,7)$

18. 請就平行四邊形  $ABCD$  中各向量間的關係，選出正確的選項。



(A)  $\overline{AB} = \overline{CD}$  (B)  $\overline{AB} + \overline{CD} = \vec{0}$  (C)  $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$

(D)  $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD}$  (E)  $\overline{AD} - \overline{AB} = \overline{BD}$

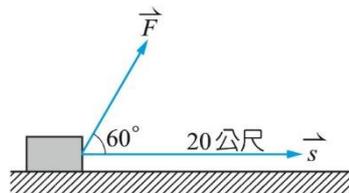
19. 已知坐標平面上三點  $A(1, 4)$ ,  $B(7, 6)$ ,  $C(3, 3)$ , 試回答下列問題：

(1)  $B$  點在直線  $AC$  上投影點  $D$  的坐標為\_\_\_\_\_。

(2)  $B$  點到直線  $AC$  的距離為\_\_\_\_\_。

**解**

20. 如右圖，對物體施力  $\vec{F}$ ，其方向與物體移動方向夾角為  $60^\circ$ ，且使物體產生位移 20 公尺。已知施力  $\vec{F}$  對物體所作的功為 120 焦耳，試求：



(1) 施力大小  $|\vec{F}|$  為\_\_\_\_\_牛頓。

(2) 承(1)，若施力大小不變，但與物體移動方向的夾角改為  $30^\circ$ ，且使物體產生位移 20 公尺，則作功\_\_\_\_\_焦耳。

解答: 1. 略 2. (1)  $a=1, b=\frac{2}{3}$  (2)  $r=-\frac{1}{2}, s=-1$  3. (1)  $\overline{AB} = (3, -3)$

(2)  $\overline{BC} = (2, 1)$  (3)  $D$  點坐標為  $(5, 6)$  4. (1)  $(6, 15)$  (2)  $x=-4$

5. (1) 故  $\overline{OP} = 7\overline{OA} - 5\overline{OB}$  (2) 故  $\overline{OP} = 3\vec{a} - \vec{b}$  6. 略 7.  $(4, 6)$

8. (1)  $|\overline{AF}| = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27}$  (2)  $\frac{420}{\sqrt{27}}$  9. (1) 120 (2)  $= 80\sqrt{2}$

10. (1) -72 (2) -256 11. (1)  $\vec{a} \perp \vec{b}$  (2)  $(3, 0)$  12.  $12\sqrt{3}$

13.  $(4, 8)$  14. (1)  $(3, 2)$  (2)  $(-2, 3)$  15. (1)  $(3, -2)$  (2)  $3x + y - 3 = 0$

16. (C) 17. (A)(B) 18. (B)(C)(E) 19. (1)  $(5, 2)$  (2)  $2\sqrt{5}$  20. (1) 12 (牛頓)

(2)  $120\sqrt{3}$  (焦耳)